الدور الثاني التكميلي ١٤٤٢هـ... ٢٠٢٠م
الوقت : ثلاث ساعات

ملاحظة : الاجابة عن خمسة أسئلة فقط ، ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س1 : A- اثبت أن : $(1 - \frac{2}{w^2} + w^2)(1 + w - \frac{5}{w^2}) = 18$.

B- إذا كان $y = \tan x$ ، فبرهن على أن: $y'' = 2y(1 + y^2)$ حيث $x \neq \frac{2n+1}{2} \; \forall n \in Z$

س2 : A- جد احداثيا المركز والبؤرتين والرأسين وطول المحورين والاختلاف المركزي للقطع الزائد الذي معادلته :

$$2(y+1)^2 - 4(x-1)^2 = 8$$

B- أجب عن واحد مما يأتي :

1) إذا كان للمنحني $f(x) = (x-3)^3 + 1$ نقطة انقلاب (a, b) ، جد القيمة العددية للمقدار :

$$\int_0^b f'(x)\,dx - \int_0^a f''(x)\,dx$$

2) المنطقة المحددة بين المنحني $x = \frac{1}{\sqrt{y}}$ و $1 \le y \le 4$ ، دارت حول محور الصادات ، جد حجمها .

س3 : A- جد تكامل (اثنتين) مما يأتي:

1) $\int_1^4 \frac{e^{\sqrt{x}}}{2\sqrt{x}}\,dx$ 2) $\int (6x + 15)\,.\sqrt{2x+5}\,dx$

3) $\int (\cos 2x - \sec x)(\cos 2x + \sec x)\,dx$

B- جد النقطة التي تنتمي إلى الدائرة $x^2 + y^2 + 4x - 8y = 108$ والتي يكون عندها المعدل الزمني لتغير (x) مساوياً للمعدل الزمني لتغير (y) بالنسبة للزمن (t) .

س4 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A) جد معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل ، وإحدى بؤرتيه هي بؤرة القطع المكافئ $x^2 = -16y$ والنقطة $P(x, y)$ تنتمي إليه ، علماً أن محيط المثلث PF_1F_2 يساوي (24) وحدة طول .

B- ضع بالصيغة العددية واحداً مما يأتي :

1) $(3 + 4i)^2 + (5 - 3i)(1 - i)$

2) $(1 - i)(1 - i^2)(1 - i^3)$

C- جد تقريباً مناسباً باستخدام نتيجة مبرهنة القيمة المتوسطة للعدد $(\sqrt{\frac{1}{2}})$.

س5 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- لتكن $f(x) = 3x - 2$ ، $f : [1,5] \longrightarrow R$ ، جد قيمة تقريبية للتكامل $\int_1^5 f(x)$ باستخدام التجزئة $\sigma(1,2,3,5)$.

B- باستخدام معلوماتك في التفاضل ارسم منحني الدالة : $f(x) = x^3 - 3x^2 + 4$

C- إذا كانت $hx^2 - my^2 = 25$ معادلة القطع الذي الزائد مركزه نقطة الأصل و $9x^2 + 25y^2 = 225$ معادلة القطع الناقص الذي مركزه نقطة الأصل ، جد قيمة $h, m \in R$ ، إذا كان كلاً منهما يمر ببؤرة الأخر .

س6 : أجب عن فرعين فقط مما يأتي :

A- باستخدام نتيجة مبرهنة ديموافر ، حل المعادلة $Z^3 - 64i = 0$ حيث $Z \in \mathbb{C}$.

B- جد بعدي أكبر مستطيل يوضع داخل نصف دائرة نصف قطرها $6\sqrt{2}\,cm$.

C- جد مساحة المنطقة المحددة بالمنحنيين $f(x) = \cos x$ و $g(x) = \sin x$ وعلى الفترة $[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}]$.