www.derasatv.net

اللجنة الدائمة للامتحانات العامة
الدراسة : الإعدادية / الأدبي
المادة : الرياضيات
اسم الطالب :

جمهورية العراق - وزا
الدور الأول ١٤٤٢ هـ
الوقت : ثلاث ساعة

الرقم الامتحاني :

ملاحظة : الإجابة عن خمسة أسئلة فقط ، ولكل سؤال ٢٠ درجة .

س1 : A- كم كلمة مكوّنة من اربعة حروف بمعنى أو بدون معنى يمكن تكوينها من أحرف كلمة ( ياسمين ) ؟

B- جد مشتقة الدالة $f(x)=\sqrt{x+1}$ مستخدماً التعريف .

س2 :- A- جد قيمة ما يأتي : $\lim_{x\to 3}\frac{x^3-27}{x^2+2x-15}$

B- عيّن نقاط الانقلاب ومناطق التقعر والتحدّب للدالة : $f(x)=x^3(4-x)$

س3 : A- جد تكامل الثنين مما يأتي : $2)\int\frac{x^3-2x^2+1}{5x^5}dx$ $x(x-1)(x-2)\,dx$

$3)\int_0^1\frac{x}{\sqrt{x^2+1}}dx$

B- جد معامل $(x^2)$ في مفكوك : $(x^3+\frac{2}{x^2})^9$

س4 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد قيمة $(n)$ إذا علمت أنّ : $2P_2^n=C_3^{n+1}$

B- جد $f'(x)$ حسب قواعد المشتقة ( لاثنين فقط ) :

$1)\ f(x)=\sqrt{2x^2+5x}$

$2)\ f(x)=\sqrt{x}(x+2)$ $3)\ f(x)=\frac{x^2+1}{x^3+1}$ عندما $x=1$

C- إذا كانت $f(x)=\begin{cases}2x+b & x\le -1\\ x^2+a & x>-1\end{cases}$ ، جد قيمة $a,b\in R$ الحقيقية إذا علمت أنّ : $f(x)$ مستمرة عند $x=-1$ ، وأنّ $f(\sqrt{2})=7$ .

س5 : أجب عن فرعين فقط :

A- جد قيمة $(b)$ إذا علمت أنّ : $\int_1^b(13-4x)=9$ .

B- لنفرض أنّ الكلفة الكلية لصنع $(x)$ من وحدات سلعة ما هي $C(x)=1500+30x+\frac{20}{x}$ ، جد التكلفة الحدّية عندما يكون عدد الوحدات المصنوعة ( 50 ) .

C- ابحث استمرارية الدالة $f(x)=x^3$ في كل مجالها .

س6 : أجب عن فرعين فقط :

A- لتكن $f(x)=ax^2+3bx+5$ ، وكانت $\lim_{x\to 1}f(x)=9$ ، $\lim_{x\to -1}f(x)=3$

جد $a,b\in R$ .

B- إذا كانت $(-1,-3)$ نقطة حرجة للدالة $f(x)=ax^2+bx$ ، جد $a,b\in R$ .

C- يراد اختيار وفد مكوّن من ( 4 ) أشخاص من بين ( 5 ) رجال و ( 8 ) نساء ، فبكم طريقة يمكن اختيار هذا الوفد بحيث يحوي ( اثنين ) من كل جنس ؟

دراساتي DERASATY www.derasatv.net

واب سؤال رقم ( 1 ) الفرع ( A )

$n = \{ن، م، س، أ، ي\}$

إذا لم يذكر نوعي التكرار
فالتكرار غير مسموح

عدد طرق إختيار الحرف الأول = 5
" " " الثاني = 4
" " " الثالث = 3
" " " الرابع = 2

* بكل عدد مختار (درجتان)
عملية الضرب والنتائج
درجتان

عدد الطرق = 2 . 3 . 4 . 5

* 120 =

* يمكن حل السؤال بطريقة التباديل

عدد الطرق = $P_4^5$

= 5 . 4 . 3 . 2

= 120

٥ درجات
٤ درجات
١ درجة

** إذا بدأ الطالب الحل مباشرة بهذه الخطوة يعطى درجة كاملة إذا كان الحل صحيح

دراستي
DERASATY
www.derasatv.net

جواب سؤال رقم ( 1 ) الفرع ( B )

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{f(x+\Delta x) - f(x)}{\Delta x}$$ } درجتان

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(\sqrt{x+\Delta x+1} - \sqrt{x+1})}{\Delta x} \cdot \frac{(\sqrt{x+\Delta x+1} + \sqrt{x+1})}{(\sqrt{x+\Delta x+1} + \sqrt{x+1})}$$

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{(x+\Delta x+1) - (x+1)}{\Delta x(\sqrt{x+\Delta x+1} + \sqrt{x+1})}$$ درجتان

$$f'(x) = \lim_{\Delta x \to 0} \frac{\cancel{x} + \Delta x \cancel{+1} \cancel{-x} \cancel{-1}}{\Delta x(\sqrt{x+\Delta x+1} + \sqrt{x+1})}$$

$$f'(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1} + \sqrt{x+1}}$$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$ } درجتان

دراستي DERASATY
www.derasatv.net

جواب سؤال رقم ( 2 ) الفرع ( A )

$$\lim_{x\to 3} \frac{x^3-27}{x^2+2x-15}$$

$$= \lim_{x\to 3} \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{(x+5)(x-3)}$$ } بواقع ٦ درجات: ٣ درجات للبسط وقلها للمقام

$$= \frac{(3)^2+3(3)+9}{3+5}$$ } ٣ درجات

$$= \frac{27}{8}$$ } درجة واحدة

جواب السؤال رقم (2) الفرع (B)

$f(x) = x^3(4-x)$ ←

ملاحظة: *
اذا استخدم الطالب القاعدة الخامسة لايجاد المشتقة الاولى يعتبر الحل صحيح بعد التبسيط لنفس النتيجة.

$f(x) = 4x^3 - x^4$

$f'(x) = 12x^2 - 4x^3$

$f''(x) = 24x - 12x^2$ } ٣ درجات

$f''(x) = 0$

$[24x - 12x^2] \div 12$
$=0$

$2x - x^2 = 0$

$x(2-x) = 0$

إما $x=0 \Rightarrow f(0)=0 \Rightarrow (0,0)$

أو $x=2 \Rightarrow f(2)=16 \Rightarrow (2,16)$ } درجتان

$f''(x)$: $---(0)+++(2)---$ (∩ ∪ ∩)

جواب سؤال رقم ( 3 ) الفرع ( A )

① $\int_4^0 x(x-1)(x-2)\,dx$

$= -\int_0^4 (x^2-x)(x-2)\,dx = -\int_0^4 (x^3-2x^2-x^2+2x)\,dx$

$= -\int_0^4 (x^3-3x^2+2x)\,dx$

$= -\left[\frac{x^4}{4} - 3\frac{x^3}{3} + 2\frac{x^2}{2}\right]_0^4$

$= -\left[\frac{(4)^4}{4} - (4)^3 + (4)^2 - 0\right] = -(64-64+16)$ } درجة

$= -16$

② $\int \frac{x^3-2x^2+1}{5x^5}\,dx$

$= \int \left(\frac{x^3}{5x^5} - \frac{2x^2}{5x^5} + \frac{1}{5x^5}\right)dx$

$= \int \left(\frac{1}{5}x^{-2} - \frac{2}{5}x^{-3} + \frac{1}{5}x^{-5}\right)dx$

$= \frac{-1}{5}x^{-1} - \frac{2}{5}\cdot\frac{x^{-2}}{-2} + \frac{1}{5}\cdot\frac{x^{-4}}{-4} + C$

$= \frac{-1}{5x} + \frac{1}{5x^2} - \frac{1}{20x^4} + C$

* ملاحظة يمكن تبسيط الدالة المعطاة كالآتي ..

$= \int \frac{1}{5}x^{-5}(x^3-2x^2+1)\,dx$

ويكمل الحل وفق الدرجات نفسها أعلاه

ملاحظة في حالة ان الطالب لم يجب [ + C ]

DERASATY
www.derasaty.net

جواب سؤال رقم ( 3 ) الفرع ( A )

③ $\int_0^1 \frac{x}{\sqrt{x^2+1}}\,dx$

$= \int_0^1 (x^2+1)^{-\frac{1}{2}} x\,dx$ } درجة واحدة

$= \frac{1}{2}\int_0^1 (x^2+1)^{-\frac{1}{2}} 2x\,dx$

$= \frac{1}{2} \cdot \frac{(x^2+1)^{\frac{1}{2}}}{\frac{1}{2}} \Big]_0^1$ } ٣ درجات

$= \sqrt{(1)^2+1} - \sqrt{(0)^2+1}$

$= \sqrt{2} - 1$ } درجة واحدة

جواب سؤال رقم (3) الفرع (B)

نفرض الحد الجامع على $x^2$ هو $P_r$

درجة { $P_r = C_{r-1}^{n}\ x^{n-r+1}\ y^{r-1}$

$= C_{r-1}^{9}\ (x^3)^{9-r+1}\ (2x^{-2})^{r-1}$

$= C_{r-1}^{9}\ (x^3)^{10-r}\ (2)^{r-1}\ (x^{-2})^{r-1}$

درجة { $= C_{r-1}^{9}\ (2)^{r-1}\ x^{30-3r}\ x^{-2r+2}$

$= C_{r-1}^{9}\ (2)^{r-1}\ x^{32-5r}$

٣ درجات { $x^2 = x^{32-5r} \Rightarrow 32-5r=2 \Rightarrow 5r=30 \Rightarrow \boxed{r=6}$

$P_6 = C_{6-1}^{9}\ (2)^{6-1}\ x^{32-5(6)}$

$= C_5^9\ (2)^5\ x^2$

درجتان { $= \frac{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5}{5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}\ (32)\ x^2$

$= 4032\ x^2$

درجة واحدة : المعامل هو ( 4032 )

دراستي DERASATY www.derasatv.net

جواب سؤال رقم ( ٤ ) الفرع ( A )

$$2P_2^n = C_3^{n+1}$$

$$2(n)(n-1) = \frac{(n+1)(n)(n-1)}{3\cdot 2\cdot 1}$$ } ٦ درجات

$$2 = \frac{(n+1)}{6}$$

$$n+1 = 12$$ } ٣ درجات

$$\boxed{n=11}$$ } ١ درجة

جواب سؤال رقم (٦) الفرع (B)

① $f(x) = \sqrt{2x^2+5x}$

$f(x) = (2x^2+5x)^{\frac{1}{2}}$

$f'(x) = \frac{1}{2}(2x^2+5x)^{-\frac{1}{2}}(4x+5)$ } ٥ درجات

$f'(x) = \frac{(4x+5)}{2\sqrt{2x^2+5x}}$

② $f(x) = \sqrt{x}\,(x+2)$

$f(x) = x^{\frac{1}{2}}(x+2)$

$f(x) = x^{\frac{3}{2}} + 2x^{\frac{1}{2}}$

$f'(x) = \frac{3}{2}x^{\frac{1}{2}} + x^{-\frac{1}{2}}$ } ٥ درجات

$f'(x) = \frac{3}{2}\sqrt{x} + \frac{1}{\sqrt{x}}$

ملاحظة ** يمكن حل الاشتقاق بطريقة حاصل ضرب دالتين

ملاحظة لا يحاسب الطالب على تبسيط الخطوة الأخيرة

ملاحظة يمكن تبسيط الدالة كالآتي

$f(x) = \sqrt{x(2x+5)}$ (أ ١)

$= x^{\frac{1}{2}} \cdot (2x+5)^{\frac{1}{2}}$

$f'(x) = x^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2}\cdot\frac{2}{\sqrt{2x+5}} + (2x+5)^{\frac{1}{2}} \cdot \frac{1}{2}\, x^{-\frac{1}{2}}$ (أ ٢)

$f'(x) = \frac{4x+5}{2(2x^2+5x)^{\frac{1}{2}}}$ (أ ١)

جواب سؤال رقم ( 4 ) الفرع ( B )

③ $f(x) = \frac{x^2+1}{x^3+1}$

٣ درجات

$$f'(x) = \frac{(x^3+1)(2x) - (x^2+1)(3x^2)}{(x^3+1)^2}$$

درجتان

$$f'(1) = \frac{(1^3+1)(2(1)) - (1^2+1)(3(1^2))}{(1^3+1)^2}$$

$$f'(1) = \frac{(2)(2) - (2)(3)}{4}$$

$$f'(1) = \frac{4-6}{4}$$

$$f'(1) = \frac{-2}{4}$$

$$f'(1) = \frac{-1}{2}$$

دراسيتي DERASATY www.derasatv.net

ب سؤال رقم ( 4 ) الفرع ( C )

$$\begin{cases} f(\sqrt{2}) = 7 \\ \therefore (\sqrt{2})^2 + a = 7 \\ 2 + a = 7 \\ \therefore \boxed{a = 5} \end{cases}$$

درجتان

∴ الدالة مستمرة عند $x = -1$

∴ النهاية موجودة عند $x \to -1$

∴ النهاية من اليمين = النهاية من اليسار

درجتان

$$\lim_{x \to -1} (x^2 + a) = \lim_{x \to -1} (2x + b)$$

$$(-1)^2 + 5 = 2(-1) + b$$

$$6 = -2 + b$$

$$\therefore \boxed{b = 8}$$

جواب سؤال رقم ( 5 ) الفرع ( A )

$$\int_1^b (13-4x)\,dx = 9$$

$$\left(13x-4\frac{x^2}{2}\right)\Big]_1^b = 9$$

$$\left[13x-2x^2\right]_1^b = 9$$

} ٤ درجات

$$(13b-2b^2)-(13(1)-2(1)^2) = 9$$

$$13b-2b^2-11-9 = 0$$

$$13b-2b^2-20 = 0 \quad ].(-1)$$

$$2b^2-13b+20 = 0$$

$$(2b-5)(b-4) = 0$$

} ٦ درجات

$b = \frac{5}{2}$ مرفوض

أو $b = 4$

دراستي DERASATY www.derasatv.net

جواب سؤال رقم ( 5 ) الفرع ( B )

$$\begin{cases} C(x) = 1500 + 30x + 20x^{-1} \\ C'(x) = 30 - 20x^{-2} \\ \quad = 30 - \frac{20}{x^2} \end{cases}$$ ٤ درجات

$$C'(50) = 30 - \frac{20}{2500} = \frac{75000-20}{2500} = \frac{74980}{2500}$$ ٤ درجات

$$= \frac{7498}{250}$$

---

جواب سؤال رقم (5) الفرع (C)

١ درجة { اوسع مجال للدالة $R$ = $R$ ، لتكن $a \in R$

① $f(a) = a^3$ ٣ درجات

② $\lim_{x \to a} x^3 = a^3$ ٣ درجات

③ $f(a) = \lim_{x \to a} f(x)$ } درجتان

١ درجة { ∴ الدالة مستمرة عند $x = a$
∴ الدالة مستمرة في مجالها

جواب سؤال رقم ( 6 ) الفرع ( A )

$$f(x) = ax^2 + 3bx + 5$$

$\because \lim_{x \to -1} f(x) = 3$

$$\lim_{x \to -1} (ax^2 + 3bx + 5) = 3$$

$$a(-1)^2 + 3b(-1) + 5 = 3$$

$$a - 3b = -2 \quad \text{----(1)}$$

$\because \lim_{x \to 1} f(x) = 9$

$$\lim_{x \to 1} (ax^2 + 3bx + 5) = 9$$

$$a(1)^2 + 3b(1) + 5 = 9$$

$$a + 3b = 4 \quad \text{----(2)}$$
$$a - 3b = -2 \quad \text{----(1)}$$

بالجمع } ٣ درجات

$$2a = 2 \Rightarrow \boxed{a = 1}$$

نعوض قيمة a في معادلة (2) } ٣ درجات

$$1 + 3b = 4$$
$$3b = 3 \Rightarrow \boxed{b = 1}$$

ملاحظة : يمكن تعويض قيمة a في معادلة (1) للحصول على قيمة b

ب سؤال رقم ( 6 ) الفرع ( B )

$f(x) = ax^2 + bx$

$(-1,-3) \in f(x)$

$-3 = a(-1)^2 + b(-1)$

$\boxed{-3 = a - b}$ ----(1)

$f'(x) = 2ax + b$

نقطة حرجة $(-1,-3)$ ∴

$f'(-1) = 0$

$2a(-1) + b = 0$

$-2a + b = 0$ ----(2)

$a - b = -3$ ----(1)

بالجمع

$-a = -3 \Rightarrow \boxed{a = 3}$

نعوض قيمة a في معادلة (2)

$-2(3) + b = 0$

$\Rightarrow \boxed{b = 6}$

ملاحظة : يمكن للطالب تعويض قيمة a في معادلة رقم (1)

جواب سؤال رقم ( 6 ) الفرع ( C )

عدد طرق اختيار الرجال $= C_2^5$

$= \frac{5 \times 4}{2 \times 1} = 10$

٣ درجات

عدد اختيار النساء $= C_2^8$

$= \frac{8 \times 7}{2 \times 1} = 28$

٣ درجات

عدد الطرق الكلية $= C_2^5 \times C_2^8$

$= 10 \times 28$

$= 280$

٤ درجات

ملاحظة في حالة بدأ الطالب الحل من الخطوة (*) وأكمل السؤال بالصورة الصحيحة يعطى درجة كاملة .